



RASYONEL
SAYILAR



TAM SAYILAR



KESİRLER



ONDALIK
GÖSTERİMLER



ORAN - ORANTI
ve YÜZDELER



GEOMETRİ
ve ÖLÇME



VERİ İŞLEME
ve OLASILIK



CEBİRSEL
İFADELER
ve DENKLEMLER



PROBLEM
ÇÖZME
ve STRATEJİLER



KONU
ANLATIMLARI



VIDEO
DERSLER



AÇIK UÇLU
SORULAR



ÇOKTAN SEÇMELİ
SORULAR



BECERİ ODAKLI
SORULAR



YENİ NESİL
SORULAR



LGS
HAZIRLIK



MATEMATİĞİ
HAYATA UYGULA



DERSROOM
—AKADEMİ—

DERSİN EN GÜVENİLİR ADRESİ

www.dersroom.com

LEC
LEARNING
SYSTEM

ÖĞRENMEYİ
KALICI KILAR

7. SINIF MATEMATİK ALL IN ONE

DERSROOM LEC YÖNTEMİ İLE
TAM ÖĞRENME SİSTEMİ

Matematik
sadece sayı değil,
daha iyi düşünme
sanatıdır. 😊

$\frac{3}{4}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2x - b^2 = 7$

$2x - 3 = 7$

Düşün
Keşfet
Çöz
Başar! 😊

MEB
KAZANIMLARIYLA
%100
UYUMLU



MATEMATİĞİ
ANLA



STRATEJİ GELİŞTİR



PROBLEMİ ÇÖZ



BAŞARIYA ULAŞ



HAYATTA KULLAN

Her
problem
bir fırsattır. 😊

Matematik
seninle
her yerde! 😊

Daha güçlü
bir sen
mümkün! 😊

Doğru Adım, Büyük Başarı!

"Matematik, hayatı anlamının güçlü bir yoludur."

Sen yaparsın!



“Matematik, sadece işlem yapmak değil; düşünmek, keşfetmek, ilişkilendirmek ve problem çözmektir. Bu kitap, seni bu yolculukta daha da güçlendirecek.”

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Matematik her yerde!

HOŞ GELDİNİZ

7. SINIF

MATEMATİK

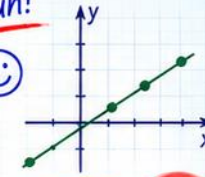
ÖĞRENME SİSTEMİ

Konu anla, ilişkilendir, uygula, başarıya ulaş!
Elinizdeki bu kitap, 7. sınıf Matematik dersi için geliştirilen LEC (Learning – Evidence – Context) öğretim sistemiyle hazırlanmıştır.

Daha güçlü bir sen mümkün!



$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$$



Düşün
Keşfet
Çöz
Başar!

BU KİTAP SENİ NASIL GELİŞTİRİR?

- Kavramları derinlemesine anlamayı sağlar.
- Problem çözme becerini geliştirir.
- Matematiksel düşünme gücünü artırır.
- Günlük yaşamla bağlantı kurmanı sağlar.
- Sınavlarda daha başarılı olmanı destekler.
- Kendine güvenini ve matematik tutumunu güçlendirir.

BU KİTAPTA YER ALAN BÜTÜN İÇERİKLER;

- MEB 7. sınıf kazanımlarına uygundur.
- Maarif Modeli'ne uygundur.
- LEC öğretim sistemine göre hazırlanmıştır.
- Konu anlatımları, örnekler, etkinlikler ve beceri odaklı sorular içerir.
- Günlük yaşamla ilişkilendirilen problemler sunar.



BU KİTAPTA NELER VAR?

 KONU ANLATIMLARI Adım adım, anlaşılır ve örneklerle	 ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER Farklı çözüm yollarını gör	 ALİŞTIRMALAR Konu pekiştirici sorular	 AÇIK UÇLU SORULAR Daha derin düşün, kendini ifade et
 ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR LGS formatına uygun	 GÜNLÜK YAŞAM PROBLEMLERİ Matematiği hayatla bağla	 BE CERİ ODAKLI SORULAR Analiz, yorumlama, ilişkilendirme	 ÜNİTE DEĞERLENDİRMELERİ Kendini ölç, gelişimini gör

NEDEN LEC SİSTEMİ?

- Bilgiyi anlama birleştirir.
- Kavramlar arasında bağlantı kurdurur.
- Sadece işlem değil, düşünmeyi öğretir.
- Farklı soru tipleriyle becerini geliştirir.
- Gerçek yaşam durumlarıyla matematiği ilişkilendirir.
- Sınavlara ve geleceğe hazırlar.



BU KİTAP BİR BAŞLANGIÇTIR LEC sistemi seni geleceğe hazırlar.



BU KİTAP KİMLER İÇİNDİR?

- 7. sınıf öğrencileri
- Matematiği sevenler
- Kendini geliştirmek isteyenler
- Problem çözmeyi sevenler
- Başarılı olmak isteyenler
- LGS'ye hazırlananlar



www.dersroom.com
Dersroom Akademi

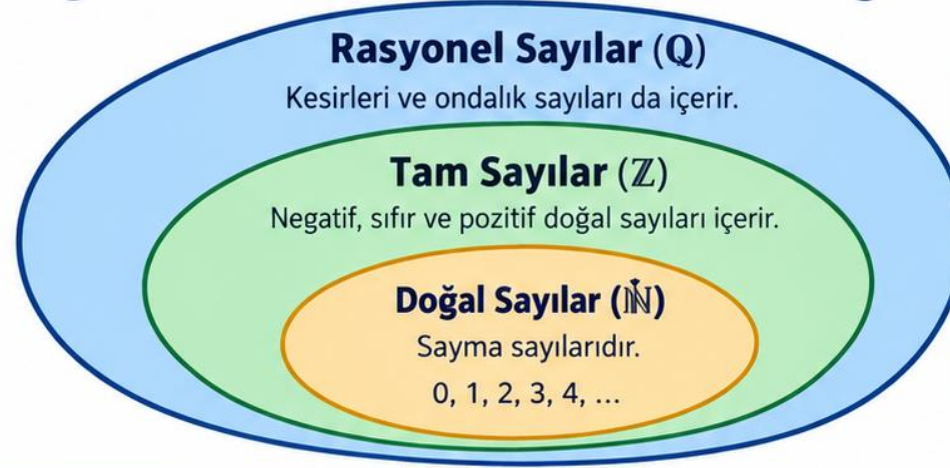
“Matematik, hayatı anlama ve değiştirme gücüdür.”



Sayılar Neden Genişler?

7. Sınıf
Matematik

Hayatta karşılaştığımız problemleri çözebilmek için bazen doğal sayılar yeterli olmaz. Bu yüzden daha geniş sayı kümeleri oluşturulur.



Örnek bir geçiş:



1. Doğal Sayılar Neden Gerekli?

Nesneleri saymak için doğal sayılar yeterlidir.



5 kitap

Kitap sayısı gibi sayma gerektiren durumlarda doğal sayılar kullanılır.

2. Tam Sayılar Neden Gerekli?

Sıfırın altındaki değerleri ifade etmek için tam sayılar gerekir.



-5 °C

Hava sıcaklığı, deniz seviyesinin altı, borç gibi durumlarda negatif sayılar gerekir.

3. Rasyonel Sayılar Neden Gerekli?

Tam sayı olmayan kesirli değerleri ifade etmek için rasyonel sayılar gerekir.



-2,5 °C

Sıcaklık, uzunluk, ağırlık gibi ölçümlerde kesirli (ondalık) değerler kullanılır.



Ana mesaj:

Yeni sayı kümeleri, önceki sayıların ifade edemediği durumları göstermek için ortaya çıkar.

*Daha fazla sayı,
daha fazla çözüm,
daha geniş bir dünya!*

Sıfır Her Zaman Aynı Anlama mı Gelir?

Aynı sayı, farklı durumlarda farklı anlamlar taşıyabilir.

Matematik,
hayatı anlamlandırır.

1 0 kitap

Hiç kitap yoktur.



Bu durumda 0, bir miktarın olmadığını (yokluk) ifade eder.

2 0 °C

Sıcaklık için referans noktasıdır.



Bu durumda 0, sıcaklık ölçümünde bir başlangıç (referans) noktasıdır.

3 0 m

Deniz seviyesi için referans noktasıdır.



Bu durumda 0, konum belirlemede bir referans noktasıdır.

4 0. kat

Kat numaralarında referans katıdır.



Bu durumda 0, kat numaralarında bir referans (başlangıç) katıdır.

! Dikkat!

- 0 her zaman "hiçlik" anlamına gelmez.
- Bazı durumlarda bir başlangıç veya referans noktasıdır.
- Sıfırın anlamı, kullanıldığı bağlama göre değişir.

Ana mesaj:



Sıfır, bazen **yokluğu**, bazen **başlangıç veya referans noktasını** gösterir.

+ Başka örnekler

- Banka hesabında 0 TL → bakiye yok
- Saatte 0 → başlangıç zamanı
- Sayı doğrusunda 0 → pozitif ve negatif sayıların sınırı
- 0 puan → henüz puan yok

Aynı sayı,
farklı hikâyeler
yazabilir.



Matematik her yerde!

7. Sınıf
Matematik

Pozitif ve Negatif Tam Sayılar

Sayı doğrusunda sıfırın sağında pozitif, solunda negatif tam sayılar bulunur.

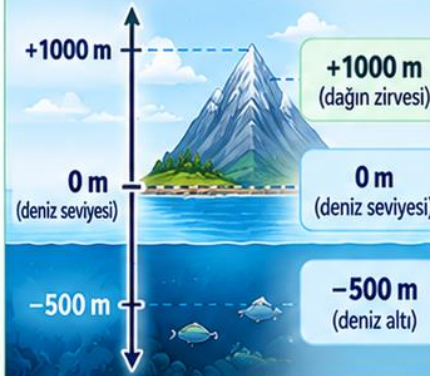
Eksi işareti yalnızca "kötü" anlamına gelmez! Sadece yön veya durumu belirtir. 😊

Sola gittikçe sayılar küçülür.



Sağa gittikçe sayılar büyür.

1. Yükseklik: Yukarı – Aşağı



Deniz seviyesinin üstü pozitif, altı negatiftir.

2. Sıcaklık: Sıcak – Soğuk



0 °C bir sıcaklık referansıdır. 0'ın üstü sıcak, altı soğuktur.

3. Kazanç – Borç



0, ne kazanç ne borç vardır. Pozitif kazancı, negatif borcu gösterir.

4. Bina Katları: Üst – Alt



Zemin kat 0 olarak alınır. Üst katlar pozitif, bodrum katlar negatiftir.



Dikkat!

- Negatif sayılar her zaman "kötü" bir durumu ifade etmez.
- Negatif ve pozitif sayılar birbirinin ters yönlerindedir.
- 0, negatif veya pozitif değildir.



Ana mesaj:

Tam sayılar, gerçek yaşamda karşılaştığımız **farklı durumları** ifade etmek için kullanılır.

Sayılar hayatın her yerinde!



Tam Sayıları Sayı Doğrusunda Okuyalım

Sayı doğrusu,
sayıların evidir. 😊

Sayı doğrusu üzerinde her nokta bir tam sayıyı gösterir.
Sayılar eşit aralıklarla yerleştirilir.

Sola gittikçe
sayılar küçülür.

0, pozitif ve negatif
sayıların arasındadır.

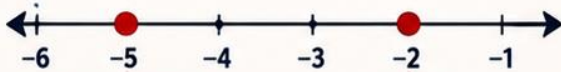
Sağa gittikçe
sayılar büyür.



1

Sola gittikçe küçülür.

-5, -2'den daha küçüktür.
Çünkü -5, sayı doğrusunda -2'nin solundadır.



-5
(daha küçük)

-2

2

0 aradadır.

0, negatif tam sayılar ile pozitif tam
sayılar doğrusu üzerinde tam ortadadır.

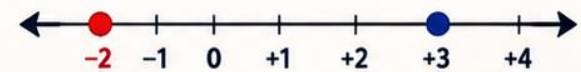
$$-5 < -2 < 0 < 3$$

0'dan küçük sayılar negatiftir,
0'dan büyük sayılar pozitiftir.

3

Sağa gittikçe büyür.

3, -2'den daha büyüktür.
Çünkü 3, sayı doğrusunda -2'nin sağındadır.



-2

3
(daha büyük)

!

Dikkat! Sık yapılan hata

Negatif sayılarda, mutlak değeri büyük olan
sayı daha küçüktür.

✗ Yanlış:

$$-5 > -2$$

(Çünkü $5 > 2$)

✓ Doğru:

$$-5 < -2$$

(-5, -2'nin solundadır.)



Unutma!

Sayı doğrusu üzerinde
sağda olan sayı daima daha büyüktür,
solda olan sayı daima daha küçüktür.



Doğru yönde, sağlam adımlarla...

Matematik her yerde!



Küçük adımlar
büyük hedeflere götürür.

Tam Sayılar Yetmediğinde

Tam sayılar, bazı durumları ifade etmek için yeterli değildir.
Tam sayılar arasındaki nicelikleri göstermek için rasyonel sayılara ihtiyaç vardır.

Hayatta her şey
tam sayı değildir;
bazen arada değerler
de vardır. 😊

1 Tam sayılarla gösterim

Sayı doğrusunda arka arkaya gelen tam sayılar arasında sadece bu noktalar vardır.

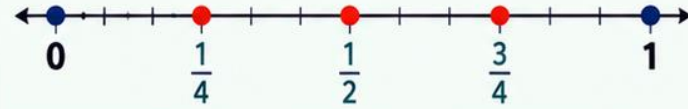


Tam sayılarla 0 ile 1 arasındaki değerleri, örneğin $\frac{1}{2}$ veya 0,3 gibi sayıları gösteremeyiz.

Peki
aralarda neler
var?
Daha yakından
bakalım.

2 0 ile 1 arasını yakınlaştıralım

0 ile 1 arasını eş parçalara böldüğümüzde tam sayılar arasında başka sayılar olduğunu görürüz.



$$\begin{aligned}\frac{1}{4} &= 0,25 \\ \frac{1}{2} &= 0,5 \\ \frac{3}{4} &= 0,75\end{aligned}$$

Bu sayılar rasyonel sayılardır ve tam sayılar arasında yer alır.

3 Gerçek yaşamdan örnekler

Aşağıdaki durumlarda tam sayılar yetersiz kalır, rasyonel sayılar gerekir.

a Yarım litre su



Bir sürahideki suyun yarısı $\frac{1}{2}$ litredir.

Bu miktarı tam sayı ile yazamayız.

$$\frac{1}{2} \text{ L} = 0,5 \text{ L}$$

b Dağ yüksekliği



İki nokta arasındaki yükseklik farkı 1,5 metredir.
Bu değeri tam sayılarla gösteremeyiz.

$$1,5 \text{ m} = \frac{3}{2} \text{ m}$$

c Hava sıcaklığı



Hava sıcaklığı $-2,5 \text{ °C}$ olabilir.

Bu değeri tam sayılarla gösteremeyiz.
Rasyonel sayılar gerekir.

$$-2,5 \text{ °C} = -\frac{5}{2} \text{ °C}$$

! Unutma!

- Tam sayılar önemli ve gereklidir, ancak bazı durumlar için yeterli değildir.
- Günlük hayatta birçok nicelik tam sayı değildir.



Ana mesaj:

Tam sayılar arasındaki nicelikleri ifade etmek ve gerçek yaşam durumlarını modellemek için daha fazla sayıya, yani rasyonel sayılara ihtiyaç vardır.

Daha fazla sayı,
daha fazla çözüm! 😊

Rasyonel Sayı Nedir?

Payı ve paydası tam sayı olan, paydası sıfırdan farklı ($b \neq 0$) sayılara rasyonel sayı denir.

Rasyonel sayılar hayatı anlamamızı ve birçok durumu ifade etmemizi sağlar. 😊

1 Rasyonel Sayının Genel Gösterimi

a = pay
(tam sayı)

$\frac{a}{b}$

b = payda
(tam sayı, $b \neq 0$)

- a ve b tam sayıdır.
- $b \neq 0$ olmalıdır.
- $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilir.
- Rasyonel sayılar; kesir, ondalık gösterim ve bölme işlemi ile ifade edilebilir.

2 Rasyonel Sayı Örnekleri

Pozitif rasyonel sayılar
(sıfırdan büyük)

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{1}$

Negatif rasyonel sayılar
(sıfırdan küçük)

$-\frac{7}{2}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{11}{4}$, $-\frac{9}{1}$

Sıfır rasyonel sayıdır.

$\frac{0}{5}$, $\frac{0}{7}$, $\frac{0}{1} = 0$

Tam sayılar da rasyonel sayıdır.

$\frac{8}{1} = 8$, $\frac{-4}{1} = -4$, $\frac{12}{1} = 12$

(Her tam sayı, paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.)

3 Payda Neden Sıfır Olamaz?

$\frac{5}{0}$ **X**
tanımsızdır.

$5 \div 0 = ?$

$0 \times ? = 5$

Hiçbir sayı ile sıfırın çarpımı 5 olamayacağı için 0'a bölme işlemi tanımsızdır. Bu nedenle payda 0 olamaz.

4 Günlük Hayattan Rasyonel Sayı Örnekleri

Uzunluk



3,5 m tahta

$3,5 = \frac{7}{2}$
rasyonel sayıdır.

Para (Borç - Alacak)



75 TL borç

$-\frac{300}{4} = -75$ TL
rasyonel sayıdır.

Paylaşım



Bir çikolatanın $\frac{5}{8}$ 'i

$\frac{5}{8} = 0,625$
rasyonel sayıdır.

5 Rasyonel Sayıların Farklı Gösterimleri

Aynı sayıyı farklı şekillerde gösterebiliriz.

$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$

Kesir gösterimi

Bölme işlemi

Ondalık gösterimi

6 Önemli Notlar

- ✓ Rasyonel sayılar sayı doğrusunda gösterilebilir.
- ✓ Rasyonel sayılar kümesi Q ile sembolize edilir.
- ✓ Doğal sayılar $\subset$ Tam sayılar $\subset$ Rasyonel sayılar ($N \subset Z \subset Q$).
- ✓ Her rasyonel sayı sonlu ya da devrili ondalık gösterime sahiptir.



Ana mesaj: Tam sayılar arasındaki nicelikleri ifade etmek ve gerçek yaşam durumlarını göstermek için daha fazla sayıya, yani rasyonel sayılara ihtiyaç vardır.

Matematik hayatı kolaylaştırır!

Payda Neden Sıfır Olamaz?

Rasyonel sayılarda payda sıfır olursa, o sayı tanımlı olmaz.
Çünkü sıfıra bölme işleminin sonucu yoktur.

Her kuralın
bir nedeni vardır.
Matematik
mantık üzerine
kurulur. 😊

1 Bölme işlemi olarak düşünelim

$$\frac{8}{0} \rightarrow 8 \div 0 = ?$$

$\frac{8}{0}$ sayısı, 8'in sıfıra bölümü anlamına gelir.

Bu işlemin sonucunun bir sayı olup olmadığını inceleyelim.

2 Ters işlem ile kontrol edelim

$$8 \div 0 = x \text{ ise}$$
$$0 \times x = 8 \text{ olmalıdır.}$$

Yani 8'i sıfıra bölersek elde edeceğimiz sayıyı x olarak düşünelim. Bölme işlemi doğruysa, bu sayı ile 0'ı çarptığımızda sonuç 8 olmalıdır.

3 Sıfırla çarpım her zaman sıfırdır

Peki $0 \times x = 8$ denklemini sağlayan bir x var mı?

Herhangi bir sayı ile sıfır çarparsak sonuç daima 0'dır.

$$0 \times 1 = 0 \quad 0 \times (-5) = 0$$
$$0 \times 100 = 0 \quad 0 \times 3,7 = 0$$
$$0 \times \dots = 0 \quad (\text{Her sayı için geçerlidir.})$$

Görüldüğü gibi, $0 \times x = 8$ eşitliğini sağlayan hiçbir sayı yoktur.



Sıfırla çarpılan her sayı 0 ise,
 $0 \times x = 8$
eşitliğini sağlayan bir sayı olamaz.

Sonuç

Sıfıra bölme tanımsızdır.

Bu nedenle rasyonel sayılarda payda 0 olamaz.

Matematikte bazı işlemlerin sonucu yoktur. Bu bir eksiklik değil, sayıların kurallarının mantıksal bir sonucudur. 😊



Rasyonel sayılar, paydası sıfırdan farklı ($b \neq 0$) olan kesirlerdir.

Matematik hayatı anlamlandırır.

Tam Sayılar da Rasyonel Sayıdır

Her tam sayı, paydası 1 olan bir kesir şeklinde yazılabilir.
Bu nedenle tam sayılar, rasyonel sayılar kümesinin bir parçasıdır.

Sayılar arasında
bir hiyerarşi değil,
bir kapsama ilişkisi
vardır. 😊

1

Negatif tam sayı örneği

$$-4 = \frac{-4}{1}$$

-4 tam sayısı,
paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.

2

Sıfır örneği

$$0 = \frac{0}{1}$$

0 tam sayısı,
paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.

3

Pozitif tam sayı örneği

$$7 = \frac{7}{1}$$

7 tam sayısı,
paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.



Bunu Unutma!

- Her tam sayı rasyonel sayıdır.
- Her doğal sayı tam sayıdır.
- Her rasyonel sayı tam sayı değildir.
- Örneğin $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{2}$ rasyonel sayıdır ancak tam sayı değildir.

Tam sayılar,
rasyonel sayılar
kümesinin içinde
yer alır. 😊



Her tam sayıyı
1'e bölebiliriz.
Bu yüzden tüm
tam sayılar
rasyoneldir.

Kümeler Arasındaki İlişki

$$N \subset Z \subset Q$$

Rasyonel Sayılar (Q)

$-\frac{5}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$...

Tam Sayılar (Z)

... -3 -2 -1 0 1 2 3 ...

Doğal Sayılar (N)

1 2 3 4 ...

Rasyonel sayılar
(Q)

(Kesir biçiminde yazılabilen
tüm sayılar)

Tam sayılar (Z)

(Negatif tam sayılar, sıfır
ve pozitif tam sayılar)

Doğal sayılar (N)

(1, 2, 3, ...)



Önemli Sonuçlar

- ✓ Her doğal sayı, tam sayıdır ve dolayısıyla rasyonel sayıdır.
- ✓ Her tam sayı, rasyonel sayıdır.
- ✓ Her rasyonel sayı, tam sayı değildir.
- ✓ Tam sayılar, rasyonel sayıların özel bir alt kümesidir.



Tam sayılar, rasyonel sayılar kümesinin bir alt kümesidir.

Daha fazla sayı,
daha fazla imkan! 😊

Rasyonel Sayıları Sayı Doğrusuna Yerleştirelim

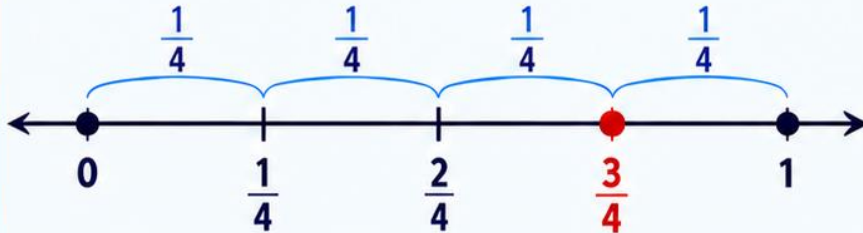
Rasyonel sayılar, sayı doğrusunda tam sayılar arasında yer alan noktalardır.

Sayı doğrusu sadece tam sayılar için değil, rasyonel sayılar için de kullanılır. 😊

1 Örnek: $\frac{3}{4}$ sayısını sayı doğrusunda gösterelim.

$$\frac{3}{4}$$

0 ile 1 arasını, paydadaki sayı kadar (4) eş parçaya ayıralım. Pay (3), başlangıçtan itibaren üçüncü noktayı gösterir.

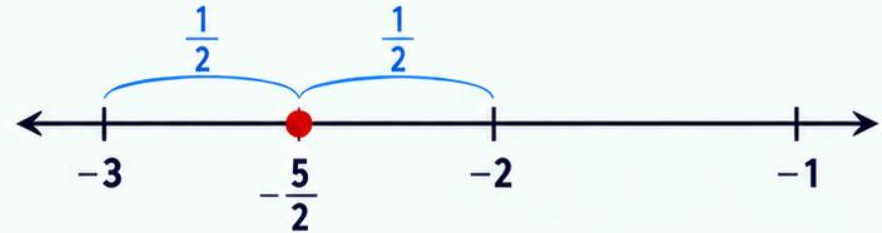


$\frac{3}{4}$, 0 ile 1 arasında ve 1'e daha yakındır.

2 Örnek: $-\frac{5}{2}$ sayısını sayı doğrusunda gösterelim.

$$-\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

-3 ile -2 arasını, paydadaki sayı kadar (2) eş parçaya ayıralım. $-\frac{5}{2}$, -3'ten itibaren yarım birim sağda yer alır.



$-\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$, -3 ile -2 arasında ve -3'e daha yakındır.



Unutma!

- Payda, aralığı kaç eş parçaya böleceğimizi söyler.
- Pay, başlangıç noktasından itibaren kaç parça ileri gideceğimizi söyler.
- Rasyonel sayılar, sayı doğrusunda tam sayılar arasında yer alır.
- Negatif rasyonel sayılarda da aynı mantık kullanılır.



Sayı Doğrusunda Yerleştirme Adımları

- 1 Hangi iki tam sayı arasında olduğunu belirle.
- 2 Aralığı, paydadaki sayı kadar eş parçaya böl.
- 3 Payın belirttiği noktayı işaretle.
- 4 Sayının yaklaşık olarak hangi tam sayıya daha yakın olduğunu kontrol et.

Rasyonel sayılar sayı doğrusunu daha ayrıntılı kullanmamızı sağlar. 😊

Eksi İşaretini Doğru Okuyalım

Negatif kesirdeki eksi işareti, rasyonel sayının tamamına aittir.

İşaret, sayının değerini belirler. Nerede yazıldığından ziyade sayının tamamını etkiler. 😊

1 Eksi işareti nereye yazılırsa yazılsın değer aynıdır.

$$-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4} = \frac{3}{-4}$$

Rasyonel sayının tamamına eksi işareti

Payda eksi

Paydada eksi

$-\frac{3}{4}$ sayısı sayı doğrusunda:

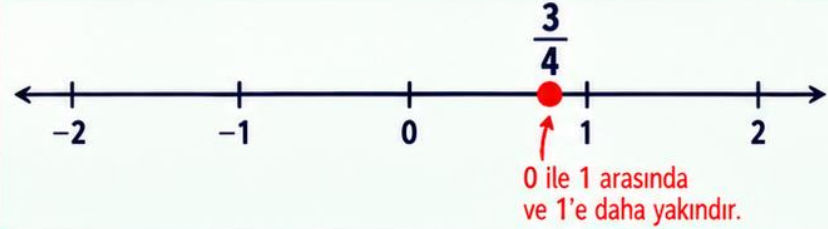


2 Peki ya pay ve payda ikisi de negatifse?

$$\frac{-3}{-4} = +\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

Pay ve payda aynı anda negatif olursa, sonuç pozitif olur.

$\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ sayısı sayı doğrusunda:



İşaret nerede yazılırsa yazılsın, sayının değeri değişmez. Ama pay ve payda ikisi de negatifse, sonuç pozitifdir!

Örnekler

$$-\frac{7}{5} = \frac{-7}{5} = \frac{7}{-5}$$

$$-\frac{12}{3} = \frac{-12}{3} = \frac{12}{-3}$$

$$\frac{-6}{-8} = +\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Unutma!

- ✓ Tek bir negatif işaret, rasyonel sayının tamamını negatif yapar.
- ✓ Pay ve payda aynı anda negatifse, sonuç pozitifdir.



Rasyonel sayılarda işaret, sayının büyüklüğünü değil, **yönünü** (pozitif veya negatif) belirler.

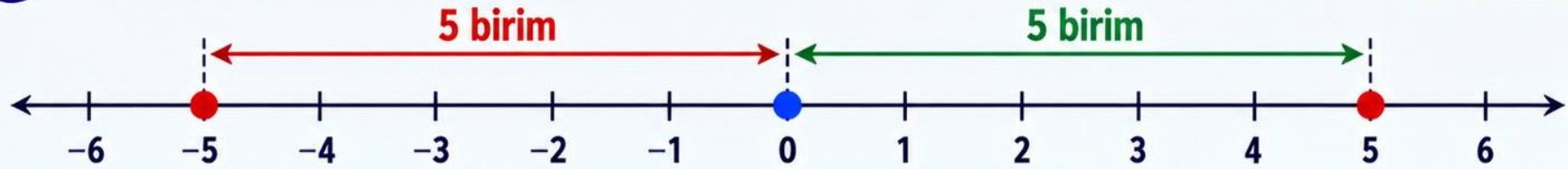
Doğru anlamak, matematiği kolaylaştırır! 😊

Mutlak Değer: Sıfıra Uzaklık

Bir sayının mutlak değeri, o sayının sayı doğrusunda sıfıra olan uzaklığıdır.

Uzaklık
negatif olamaz. 😊

1 Sayı doğrusunda gösterelim.



$$|-5| = 5$$

-5 sayısı, sıfırdan 5 birim uzaktadır.

0
(sıfır noktası)

$$|5| = 5$$

5 sayısı, sıfırdan 5 birim uzaktadır.

2 Mutlak değerin anlamı

Bir sayının mutlak değeri, sayı doğrusunda sıfıra olan uzaklığını gösterir. Uzaklık her zaman pozitiftir ya da sıfırdır.

$$|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

Sadece 0'ın mutlak değeri 0'dır.

3 Diğer örnekler

$$|-2| = 2$$

$$|8| = 8$$

$$|-7| = 7$$

$$|0| = 0$$

Sayı negatif de olsa pozitif de olsa, mutlak değeri her zaman pozitiftir ya da sıfırdır.



Unutma!

- Mutlak değer işareti, sayının eksisini silmek değildir.
- Mutlak değer, sıfıra olan uzaklığı belirtir.
- Uzaklık negatif olmaz.
- $|-a| = |a|$ (Her a tam sayısı için)



-5 ve 5 sayıları farklıdır ama sıfıra olan uzaklıkları eşittir.

Ana mesaj:
Uzaklık negatif olmaz.

Matematikte mesafe her zaman pozitiftir. 😊

Mutlak Değer Gerçek Hayatta Ne Anlatır?

Mutlak değer, bir değer in hedefe (0'a) olan uzaklığını gösterir.

Mutlak değer, hataların büyüklüğünü gösterir; yönünü değil. 😊

1 Bir kalibrasyon laboratuvarı

Üç sensör, hedef değer olan 0'a göre sapma (hata) göstermektedir.



2 Mutlak değerlerini bulalım

Her sensörün hedefe olan uzaklığı, sapmanın mutlak değeri ile bulunur.

Sensör A: $|-1,2| = 1,2$

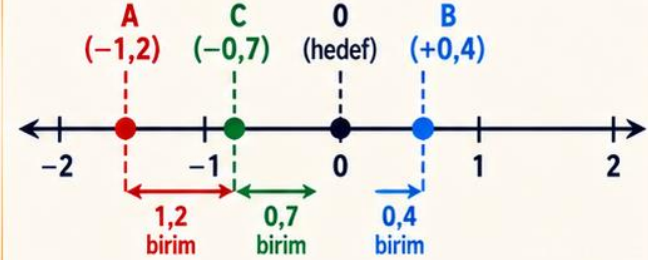
Sensör B: $|+0,4| = 0,4$

Sensör C: $|-0,7| = 0,7$

! Pozitif ya da negatif olması önemli değildir. Önemli olan 0'a olan uzaklıktır.

3 Sayı doğrusunda görelim

Sensörlerin gösterdiği değerler sayı doğrusunda şu noktalardır:



Her noktanın 0'a olan uzaklığı, mutlak değerine eşittir.

4 Karşılaştıralım

Hangi sensör hedefe en yakın ölçüm yapmıştır?

Sensör	Sapma	Mutlak değer (0'a uzaklık)
A	-1,2	1,2
B	+0,4	0,4
C	-0,7	0,7

5 Sonuç

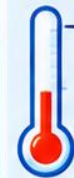


En küçük mutlak değer = hedefe en yakın ölçüm.

Bu örnekte 0,4 en küçük mutlak değerdir. Bu nedenle, B sensörü hedefe en yakın ölçüm yapmıştır.

6 Günlük hayattan örnekler

Sıcaklık ölçümü



Hedef sıcaklık 0 °C. -3 °C, +5 °C'ye göre daha küçüktür, ancak $|-3| = 3$ ve $|+5| = 5$ olduğu için -3 °C hedefe daha yakındır.

Asansör kat farkı



Zemin kat 0'dır. -2. kat ile +4. kat arasındaki uzaklıklar sırasıyla 2 ve 4 kattır. $|-2| = 2$, $|+4| = 4$ olduğundan -2. kat daha yakındır.



Ana mesaj: Mutlak değer, bir sayının sıfıra olan uzaklığıdır. **Uzaklık negatif olmaz.**

Hayatta da matematik var ve işimizi kolaylaştırıyor! 😊

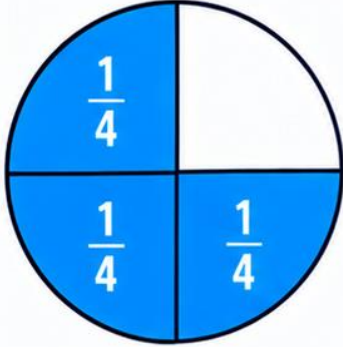
Bir Sayı, Farklı Gösterimler

Kesir, bölme ve ondalık gösterim farklı yazımlar olsa da aynı sayıyı anlatabilir.

Aynı değeri
farklı şekillerde
yazabiliriz.
Matematikte önemli olan
değeri bilmektir. 😊

1 Kesirle gösterelim.

Bir bütün 4 eş parçaya ayrıldığında
3 parçası alınır.



$$\frac{3}{4}$$

Bu, bütünün
3 eş parçasını
ifade eder.

2 Bölme işlemiyle gösterelim.

3 parçayı, 4 eş parçaya ayırmak
bölme işlemidir.

$$3 \div 4$$

$$\begin{array}{r} 3,00 \\ - 28 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ \hline 0,75 \end{array}$$

3 sayısı 4'e
bölündüğünde
0,75 elde edilir.

3 Ondalık gösterimle yazalım.

3 parçanın 4 eş parçaya bölünmüş
hâli ondalık sayıyla 0,75'tir.

$$0,75$$

$$0,75 = \frac{75}{100}$$

0,75, bütünün yüzde 75'ine karşılık gelir.



Farklı görünüyor
ama hepsi aynı
değeri anlatıyor!

Aynı Sayı, Üç Farklı Gösterim

$$\frac{3}{4}$$

Kesir gösterimi

=

$$3 \div 4$$

Bölme işlemi

=

$$0,75$$

Ondalık gösterim



Unutma!

- Aynı sayı kesir, bölme veya ondalık olarak yazılabilir.
- Yazım farklı olsa da değer aynıdır.
- Bu farklı gösterimler, problemi farklı yollarla çözmemizi sağlar.



Matematikte bir sayıyı farklı şekillerde yazabilmek, sayıları daha iyi anlamamızı ve farklı durumlarda kullanabilmemizi sağlar.

Aynı değer,
farklı yollar!
Matematik hayatı kolaylaştırır. 😊

Kesirden Ondalık Gösterime

Bir kesri ondalık gösterime çevirmek için iki farklı yol kullanabiliriz:

1) Bölme işlemi 2) Paydayı 10, 100, 1000 ... yapma

Aynı sayı,
farklı gösterimlerle
yazılabilir.
Önemli olan doğru
yöntemi kullanmaktır.



1 Örnek: $\frac{3}{4}$ kesrini ondalık gösterime çevirelim.

A 1. Yöntem: Bölme işlemi

$3 \div 4$ işlemini
yapalım.

$$\begin{array}{r} 3,00 \\ - 28 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 0,75 \end{array}$$

3'ü 4'e böldüğümüzde
0,75 elde ederiz.

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$$

B 2. Yöntem: Paydayı 10, 100, 1000 yapma

Kesrin paydasını 100 yapalım.
Bunun için pay ve paydayı
aynı sayı ile (25) çarpalım.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Paydası 100 olan kesirler, yüzde birler basamağına
kadar ondalık olarak yazılır.

2 Örnek: $\frac{7}{20}$ kesrini ondalık gösterime çevirelim.

A 1. Yöntem: Bölme işlemi

$7 \div 20$ işlemini
yapalım.

$$\begin{array}{r} 7,00 \\ - 60 \\ \hline 100 \\ - 100 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 20 \\ 0,35 \end{array}$$

7'yi 20'ye böldüğümüzde
0,35 elde ederiz.

$$\frac{7}{20} = 7 \div 20 = 0,35$$

B 2. Yöntem: Paydayı 10, 100, 1000 yapma

Kesrin paydasını 100 yapalım.
Bunun için pay ve paydayı
aynı sayı ile (5) çarpalım.

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \times 5}{20 \times 5} = \frac{35}{100} = 0,35$$

Paydası 100 olan kesirler, yüzde birler basamağına
kadar ondalık olarak yazılır.



Paydayı 10, 100, 1000
yapmak her zaman
mümkün olmayabilir.
Bu durumda
bölme işlemi kullanılır.



$$\text{Sonuç: } \frac{3}{4} = 0,75 \text{ ve } \frac{7}{20} = 0,35$$

Kesir, bölme ve ondalık gösterim aynı sayıyı anlatır.

Farklı yollar,
aynı sonuca ulaşır.
Matematikte esneklik
problem çözme
kolaylaştırır.



- Her rasyonel sayının ondalık gösterimi sonlu olmak zorunda değildir.
- Sonlu ondalık gösterimler bir noktada sona erer.
- Paydası 2 ve 5'in kuvvetlerinden oluşan kesirlerin ondalık gösterimi daima sonludur.
- Kesir, bölme ve ondalık gösterim aynı sayıyı anlatır.

Devirli Ondalık Gösterim

Bazı rasyonel sayıların ondalık gösterimi belirli bir bölümden sonra sürekli tekrar eder. Bu tür ondalık gösterimlere **devirli ondalık gösterim** denir.

Devirli ondalıkta rakamlar sonsuza kadar tekrar eder. Bu tekrarın tamamı "devir" dir. 😊

1 $\frac{1}{3}$ kesrini ondalık gösterime çevirelim.

$$\frac{1}{3}$$

Bölme işlemi:

$$\begin{array}{r} 1,000 \quad 3 \\ -0 \quad \quad \quad \\ \hline 10 \quad \quad \quad 0,333... \\ -9 \quad \quad \quad \\ \hline 10 \quad \quad \quad \\ -9 \quad \quad \quad \\ \hline 10 \quad \quad \quad \\ -9 \quad \quad \quad \\ \hline \dots \end{array}$$

$$1 \div 3 = 0,333...$$

Sürekli 3
tekrar ediyor.

$$\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

Bu sayıda devir:
3'tür.

2 $\frac{2}{11}$ kesrini ondalık gösterime çevirelim.

$$\frac{2}{11}$$

Bölme işlemi:

$$\begin{array}{r} 2,000 \quad 11 \\ -0 \quad \quad \quad \\ \hline 20 \quad \quad \quad 0,181818... \\ -11 \quad \quad \quad \\ \hline 90 \quad \quad \quad \\ -88 \quad \quad \quad \\ \hline 20 \quad \quad \quad \\ -11 \quad \quad \quad \\ \hline 90 \quad \quad \quad \\ -88 \quad \quad \quad \\ \hline \dots \end{array}$$

$$2 \div 11 = 0,181818...$$

18 sayıları
sürekli tekrar
ediyor.

$$\frac{2}{11} = 0,\overline{18}$$

Bu sayıda devir:
18'dir.

3 Devirli ondalık gösterimin yazımı

Sürekli tekrar eden rakam veya rakam grubunun üzerine çizgi (devir çizgisi) konularak gösterilir.

$$0,333... = 0,\overline{3}$$

$$0,181818... = 0,\overline{18}$$

Devir: 3
(tek rakam)

Devir: 18
(rakam grubu)

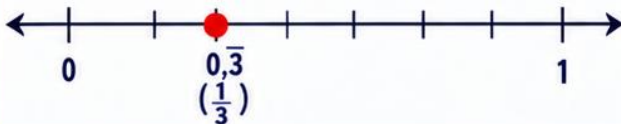


Unutma!

- Devir, sürekli tekrar eden bölümdür.
- Devirli ondalık gösterimler sonsuza kadar devam eder.
- Devir çizgisi, sadece tekrar eden rakam veya rakam grubunun üzerine konur.
- Devirli ondalık gösterim de bir rasyonel sayıyı ifade eder.

4 Sayı doğrusunda gösterim ($\frac{1}{3}$ örneği)

$\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$ sayısı, 0 ile 1 arasında 0,333... noktasına karşılık gelir.



5 Devirli ondalıklar neden oluşur?

Paydası 2 ve 5'in kuvvetlerinden oluşmayan bazı kesirlerin ondalık gösterimi devirli olur.

Örnek: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{5}{6}$ gibi kesirler devirli ondalık gösterime sahiptir.



Ana mesaj:

Devirli ondalıkta rakamlar bitmez, sürekli tekrar eder.

"Devir, sayının sonsuza kadar tekrar eden bölümüdür."

$0,\overline{3}$ aslında 0,333... ile aynı sayıdır!



Sonlu mu Devirli mi?

Bir kesrin ondalık gösteriminin sonlu mu devirli mi olduğunu anlamak için paydasının asal çarpanlarına bakarız.

Küçük bir inceleme büyük kolaylık sağlar.
Önce sadeleştir,
sonra paydaya bak!
😊

1 Kesri sadeleştir.

Kesri mümkünse en sade hâline getir.

Sadeleştirme, sonucu değiştirmez. Sadece paydayı incelemeyi kolaylaştırır.



2 Paydanın asal çarpanlarını incele.

Sadeleştirilmiş kesrin paydasını asal çarpanlarına ayır.
Hangi asal sayıların olduğunu belirle.

Paydada yalnız
2 ve/veya 5 var mı?

Evet,
yalnız 2 ve/veya 5 var.

SONLU
ondalık gösterimdir.

Hayır,
2 ve 5'ten başka
asal çarpan(lar) da var.

DEVİRLİ
ondalık gösterimdir.

3 Örneklerle inceleyelim.

Örnek 1: $\frac{3}{40}$

1. Kesir zaten sade.
2. Paydayı asal çarpanlarına ayıralım.

$$40 = 2^3 \times 5$$

Paydada yalnız
2 ve/veya 5 var. ✓

$\frac{3}{40}$ sonlu ondalık
gösterimdir.

$$\frac{3}{40} = 0,075$$

Örnek 2: $\frac{5}{12}$

1. Kesir zaten sade.
2. Paydayı asal çarpanlarına ayıralım.

$$12 = 2^2 \times 3$$

Paydada 2 ve 5'ten
başka asal çarpan var (3). ✗

$\frac{5}{12}$ devirli ondalık
gösterimdir.

$$\frac{5}{12} = 0,4166\ldots$$

6 rakamı devreder.



Genel kural

Bir kesrin ondalık gösterimi, kesir sadeleştirildikten sonra paydasının asal çarpanlarına göre belirlenir.

- Paydada yalnız 2 ve/veya 5 varsa → **sonlu ondalık gösterimdir.**
- Paydada 2 ve 5'ten başka asal çarpan varsa → **devirli ondalık gösterimdir.**



Başka örnekler

$$\frac{7}{8}$$
$$8 = 2^3$$

Sonlu
0,875

$$\frac{9}{25}$$
$$25 = 5^2$$

Sonlu
0,36

$$\frac{1}{6}$$
$$6 = 2 \times 3$$

Devirli
0,1666...



Unutma!

- Kesri her zaman önce sadeleştir.
- Sadece paydayın asal çarpanlarına bak.
- Yalnız 2 ve/veya 5 varsa sonlu, başka asal çarpan varsa devirli.
- Bu kural tüm kesirler için geçerlidir. 😊

Ondalık Gösterimden Rasyonel Sayıya

Sonlu ondalık gösterimleri kesir olarak yazabilir ve sadeleştirebiliriz.

Ondalık gösterim de bir rasyonel sayıdır. İstediğimiz zaman kesir olarak yazabiliriz. 😊

1 Örnek: 0,7'yi kesir olarak yazalım.

0,7

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

Basamak değeri:

Tam kısım	Onda birler	Yüzde birler
0	7	–

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

2 Örnek: 0,35'i kesir olarak yazalım.

0,35

$$0,35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

5'e
bölelim.

Basamak değeri:

Tam kısım	Onda birler	Yüzde birler
0	3	5

$$0,35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

3 Örnek: 1,25'i kesir olarak yazalım.

1,25

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

25'e
bölelim.

Basamak değeri:

Tam kısım	Onda birler	Yüzde birler
1	2	5

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$



Genel kural

- 1 Ondalık sayıda virgülden sonra n basamak varsa, paydaya 10, 100, 1000 ... yazılır.
- 2 Virgülden sonraki sayıyı paya yazarız.
- 3 Elde ettiğimiz kesri mümkünse sadeleştiririz.

Ondalık basamak sayısı – Payda ilişkisi

Ondalık basamak sayısı (n)	Payda
1	10
2	100
3	1000
...	...



Unutma!

- Sonlu ondalık gösterimler rasyonel sayılardır.
- Kesri daha sade bir biçimde yazmak için sadeleştirmeyi unutma.
- Tam kısmı olan sayılarda da aynı yöntem kullanılır.
- Ondalık gösterim ↔ Kesir dönüşümü, sayıların farklı gösterimlerini anlamamızı sağlar.

Aynı sayı farklı şekillerde yazılabilir!



Devirli Ondalığı Kesre Dönüştürelim

Devirli ondalığı kesre çevirmek için, devir eden kısım yok olana kadar 10, 100, 1000 ... ile çarpıp çıkarma işlemi yaparız.

Aynı devirli kısmı çıkarırsak, o kısım yok olur ve geriye kesir kalır. 😊

1

Değişkeni tanımlayalım.

$$x = 0,\overline{333}\dots$$

devirli kısım

Devirli ondalığı bir değişken eşitliğinde yazarız.
Burada 3 rakamı sonsuza kadar tekrar ediyor.

2

Uygun sayı ile çarpalım.

$$10x = 3,\overline{333}\dots$$

devirli kısım

Devirli kısım bir basamak olduğu için her iki tarafı 10 ile çarpalım.
Böylece virgülden sonraki devirli kısım aynı şekilde tekrar eder.

3

Denklemleri çıkaralım.

$$\begin{array}{r} 10x = 3,\overline{333}\dots \\ - x = 0,\overline{333}\dots \\ \hline 9x = 3 \end{array}$$

Aynı devirli kısım çıkar ve yok olur.

İkinci denklem'i birinciden çıkarırız. Virgülden sonraki devirli kısım birbirini götürür ve geriye tam sayı kalır.

4

Kesri bulalım.

$$\begin{aligned} 9x &= 3 \\ x &= \frac{3}{9} \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

9x = 3 denkleminde x'i buluruz ve kesri sadeleştiririz.



Yöntem her devirli ondalıkta aynıdır.

- 1 Devirli ondalığı x ile göster.
- 2 Devirli kısmın basamak sayısına göre 10, 100, 1000 ... ile çarp.
- 3 İki denklemi çıkar.
- 4 x'i bul ve kesri sadeleştir.



Aynı yöntemin başka örneği

$$\begin{aligned} x &= 0,\overline{27} \quad (0,272727\dots) \\ 100x &= 27,\overline{272727}\dots \\ - x &= 0,\overline{272727}\dots \\ \hline 99x &= 27 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} x &= \frac{27}{99} \\ &= \frac{3}{11} \end{aligned}$$



Sonuç

Devirli ondalıklar da rasyonel sayılardır.
Uygun bir çarpma ve çıkarma işlemiyle her devirli ondalığı kesir olarak yazabiliriz.

Devirli ondalık görünse de bir kesirle ifade edilebilir!



0,999... Neden 1'e Eşittir?

0,999... ile 1 arasında fark yoktur, Çünkü 0,999... sayısı 1'e ne kadar yaklaşırsa yaklaşınsın, hiçbir zaman 1'den küçük bir sayı olarak kalmaz; tam olarak 1'e eşittir.

Farklı görünen ifadeler bazen aynı sayıyı temsil edebilir. 😊

1 Değişkeni tanımlayalım.

$$x = 0,999...$$

x, virgülden sonra sonsuz sayıda 9 olan ondalık sayıyı temsil ediyor.

2 10 ile çarpalım.

$$10x = 9,999...$$

Her iki tarafı 10 ile çarparsak, virgülden sonraki devirli kısım yine 9 olur.

3 Denklemleri çıkaralım.

$$\begin{array}{r} 10x = 9,999... \\ - x = 0,999... \\ \hline 9x = 9 \end{array}$$

Virgülden sonraki sonsuz 9'lar birbirini götürür.

4 Kesri bulalım.

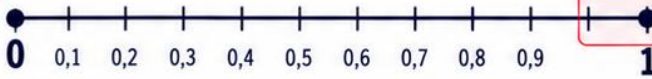
$$\begin{array}{l} 9x = 9 \\ x = \frac{9}{9} \\ x = 1 \end{array}$$

Yani **0,999... = 1**'dir.

Ne kadar çok 9 yazarsak yazalım, hep 1'e yaklaşıyor!

Sayı doğrusunda görelim.

0,9 ile 1 arasında sonsuz sayıda ondalık sayı vardır: 0,91, 0,99, 0,999 ...



0,999... sayısı 1'e çok yakındır.
Sayı doğrusunda 0,9'a değil, 1'e çok yakında görünür.

Yakından bakalım.



Virgülden sonraki 9 sayısı arttıkça, sayı 1'e yaklaşır. Bu yaklaşma hiç bitmez ve 1'de sonlanır.

✓ Sonuç

$$0,999... = 1$$

Bu bir cebir sonucudur ve sayı doğrusuyla da uyumludur. 0,999... ile 1 arasında hiçbir sayı yoktur. Yani ikisi aynı sayıdır.

Matematikte aynı sayıyı farklı şekillerde yazabiliriz. 😊



Unutma!

Sonsuza kadar devam eden 9'lar, 1'den küçük farklı bir sayı değil, 1'in başka bir gösterimidir.

Rasyonel Sayıları Karşılaştırmanın 4 Yolu

Rasyonel sayıları karşılaştırmak için farklı yöntemler kullanabiliriz.
Duruma en uygun yöntemi seçmek işi kolaylaştırır.

Aynı sonucu
farklı yollarla
bulabiliriz.
Matematikte birden
fazla doğru yol
vardır! 😊

1 Sayı doğrusu ile karşılaştıralım.

Örnek: $-\frac{2}{3}$ ile $\frac{1}{3}$ 'ü karşılaştıralım.



$$-\frac{2}{3} < \frac{1}{3}$$



Ne zaman kullanışlı?

- Sayıların yaklaşık değerini görmek istediğimizde.
- Özellikle negatif sayılarla karşılaştırma yaparken.

2 Ortak payda ile karşılaştıralım.

Örnek: $\frac{3}{4}$ ile $\frac{5}{6}$ 'yı karşılaştıralım.

Ortak payda = 12

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$
$$\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$



Ne zaman kullanışlı?

- Kesirlerle karşılaştırma yaparken en güvenilir yöntemdir.
- Kesirler farklı paydalara sahipse tercih edilir.

3 Ondalık gösterim ile karşılaştıralım.

Örnek: $\frac{7}{8}$ ile $\frac{3}{4}$ 'ü karşılaştıralım.

$$\frac{7}{8} = 0,875$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$0,875 > 0,75$$

$$\frac{7}{8} > \frac{3}{4}$$



Ne zaman kullanışlı?

- Kesirleri ondalık gösterime kolayca çevirebildiğimizde.
- Hesap makinesi kullanmanın uygun olduğu durumlarda işlemi hızlandırır.

4 Referans sayı ile karşılaştıralım.

Örnek: $-\frac{5}{4}$ ile $-\frac{6}{7}$ 'yı karşılaştıralım.

$$-\frac{5}{4} = -1,25$$

$$-\frac{6}{7} \approx -0,86$$

$$-\frac{5}{4} < -\frac{6}{7}$$

Çünkü $-1,25$, $-0,86$ 'dan daha küçüktür (daha negatif).



Ne zaman kullanışlı?

- Sayıların 0, 1, -1 gibi referans sayılara göre konumunu hızlıca belirlemek istediğimizde.
- Özellikle negatif sayılar, bir tam sayıdan büyük/küçük durumlarını incelerken.



Unutma!

Aynı iki rasyonel sayının karşılaştırmasında farklı yöntemler kullansak da sonuç her zaman aynıdır.

En uygun
yöntemi seç,
karşılaştırmayı
kolaylaştır!

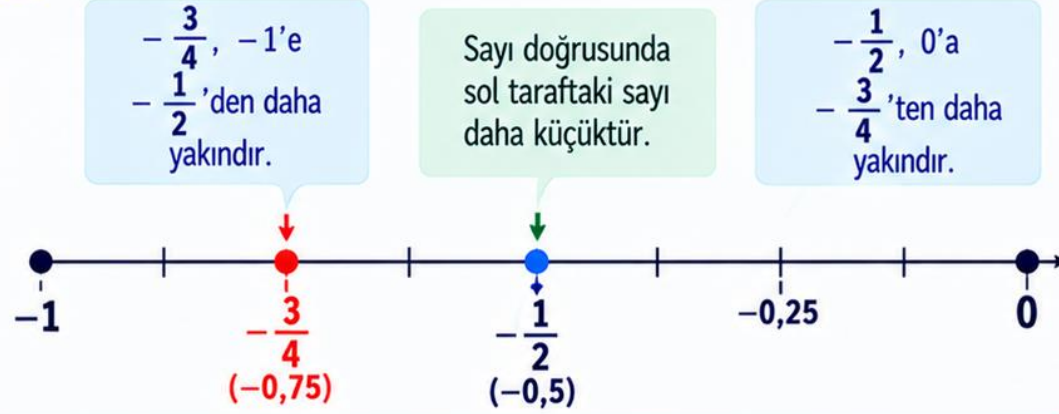


Negatif Rasyonellerde Hangisi Büyük?

Sayı doğrusunda sağdaki sayı daha büyüktür.
Negatif sayılarda, mutlak değeri büyük olan sayı daha küçüktür.

Negatif sayılarda
sağa gittikçe
sayılar büyür,
sola gittikçe
sayılar küçülür. 😊

1 Sayı doğrusunda inceleyelim.



$$-\frac{3}{4} < -\frac{1}{2}$$

Çünkü $-\frac{3}{4}$, sayı doğrusunda $-\frac{1}{2}$ 'den daha soldadır.

2 Mutlak değerleri karşılaştıralım.

$$\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\left| -\frac{3}{4} \right| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

Yani $-\frac{3}{4}$ 'ün 0 'a uzaklığı,
 $-\frac{1}{2}$ 'nin 0 'a uzaklığından daha büyüktür.



Ancak unutma!

Mutlak değeri büyük olan negatif sayı daha küçüktür.

$$\left| -\frac{3}{4} \right| > \left| -\frac{1}{2} \right| \text{ ama } -\frac{3}{4} < -\frac{1}{2}$$

3 Ondalık gösterimle de kontrol edelim.

$$-\frac{3}{4} = -0,75 \text{ ve } -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$-0,75 < -0,5$$

Yine $-0,75$ daha küçüktür.

4 Genel kural

Negatif rasyonel sayılarda:

- Sayı doğrusunda sağdaki sayı daha büyüktür.
- Mutlak değeri büyük olan sayı daha küçüktür.

Negatif sayılarda 0 'a ne kadar uzaksa, sayı o kadar küçüktür.



Örnek sıralama

Sayı doğrusuna göre:

$$-1 < -\frac{3}{4} < -\frac{1}{2} < 0$$

Sayı doğrusunu
çiz, konumuna bak,
karşıklık kalmasın!



Farklı Gösterimleri Birlikte Sıralayalım

Kesir, ondalık ve farklı gösterimdeki rasyonel sayıları karşılaştırmak için önce hepsini aynı gösterime çevirir, sonra sıralarız.

Farklı yazılrsa da hepsi aynı şeydir; önemli olan değerleridir. 😊

1 Sayıları inceleyelim.

Verilen rasyonel sayılar:

$$-\frac{1}{2}, 0,25, -0,75, \frac{2}{5}$$

Sayılar kesir ve ondalık gösterimde verilmiştir. Karşılaştırmak için hepsini aynı gösterime çevireceğiz.

2 Hepsini ondalık gösterime çevirelim.

$$-\frac{1}{2} = -0,50$$

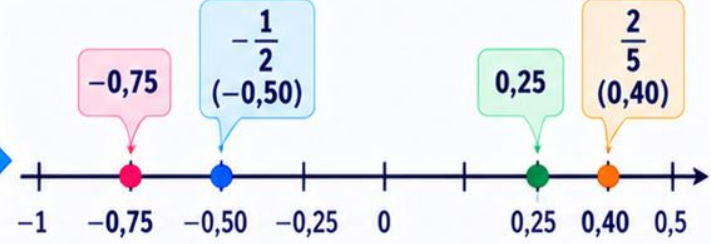
$$0,25 = 0,25$$

$$-0,75 = -0,75$$

$$\frac{2}{5} = 0,40$$

Artık tüm sayılar ondalık gösterimde. Şimdi sayı doğrusunda gösterelim.

3 Sayı doğrusunda gösterelim.



Sayı doğrusunda soldaki sayı daha küçüktür. Sağdaki sayı daha büyüktür.

✓ Küçükten büyüğe sıralayalım.

$$-0,75 < -0,50 < 0,25 < 0,40$$

$$-0,75$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$0,25$$

$$\frac{2}{5}$$

Farklı görünüyorlar ama hepsi aynı sayı doğrusunda yer alır!



Nelere dikkat edelim?

- Kesir ve ondalık gösterimdeki sayıları karşılaştırırken önce aynı gösterime çevir.
- Sayı doğrusunda soldaki sayı daha küçüktür.
- Negatif sayılar, pozitif sayılardan küçüktür.
- Ondalık gösterimde basamak sayıları farklı olsa da değerleri karşılaştırılır.
- Eşit sayıları sıralarken aralarında "<" veya ">" sembolü kullanılmaz.



Sonuç

Farklı gösterimdeki rasyonel sayıları sıralamak için:

- 1 Aynı gösterime çevir.
- 2 Değerlerini karşılaştır.
- 3 Gerekirse sayı doğrusu kullan.
- 4 Küçükten büyüğe sırala.

Önemli: Sayıların yazılışı değil, sayı doğrusundaki konumu büyüklüğünü belirler.

Matematikte farklı yollar, aynı gerçeğe götürür. 😊

İki Rasyonel Sayının Arasında Ne Var?

İki rasyonel sayı arasında her zaman başka rasyonel sayılar vardır.
Hatta sonsuz tane rasyonel sayı vardır.

Sayı doğrusu
hiç boş değildir.
Her aralıkta
sonsuz sayıda
rasyonel sayı vardır. 😊

1 İki sayıyı seçelim.

Örnek: $\frac{1}{2}$ ile $\frac{3}{4}$
sayıları arasına başka
rasyonel sayı bulalım.



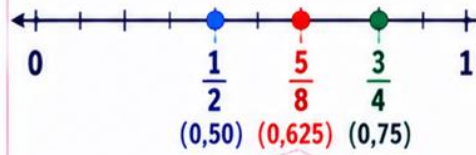
Bu iki sayı
arasında
başka bir sayı
olabilir mi?

2 İki sayının ortalamasını alalım.

$$\text{Örtalama: } \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{5}{8}$$

Yani $\frac{1}{2}$ ile $\frac{3}{4}$ arasındaki
bir rasyonel sayı $\frac{5}{8}$ 'dir.

3 Sayı doğrusunda görelim.



$$\frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4}$$

4 Aynı aralıkta başka sayılar da vardır.

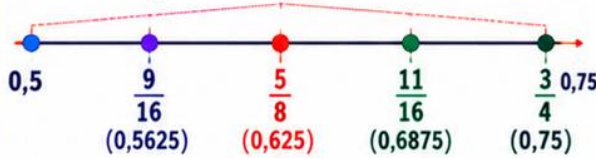
$\frac{1}{2}$ ile $\frac{5}{8}$ arasına
bir sayı daha bulalım.

Örneğin: $\frac{\frac{1}{2} + \frac{5}{8}}{2} = \frac{9}{16}$

$$\frac{1}{2} < \frac{9}{16} < \frac{5}{8}$$

5 Yakınlaştıralım.

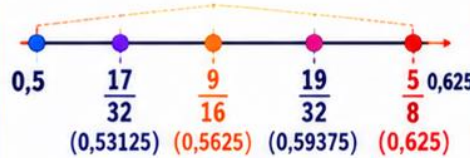
$\frac{1}{2}$ ile $\frac{3}{4}$ arasındaki bölgeyi daha yakından inceleyelim.
Bu aralıkta $\frac{5}{8}$ 'in dışında, $\frac{9}{16}$ gibi başka sayılar da vardır.



$$\frac{1}{2} < \frac{9}{16} < \frac{5}{8} < \frac{11}{16} < \frac{3}{4}$$

6 Daha da yakınlaştıralım...

$\frac{1}{2}$ ile $\frac{5}{8}$ arasını daha da yakınlaştıralım.
Yine arada başka rasyonel sayılar vardır.



$$\frac{1}{2} < \frac{17}{32} < \frac{9}{16} < \frac{19}{32} < \frac{5}{8}$$

7 Sonuç

- ✓ İki rasyonel sayı arasında her zaman başka rasyonel sayılar vardır.
- ✓ Araya yeni sayılar koyarak bu işlem sonsuz kez devam ettirilebilir.
- ✓ Sayı doğrusunda hiçbir aralık boş değildir.
- ✓ Yani iki rasyonel sayı arasında sonsuz tane rasyonel sayı vardır.



Sonuç: Rasyonel sayılar sayı doğrusunda yoğundur; her aralıkta sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır.

Ne kadar yaklaşırsak
yaklaşalım, arada her zaman
başka bir sayı bulabiliriz! 😊

Rasyonel Sayıların Arası Hiç Boş Kalmaz

Herhangi iki farklı rasyonel sayı arasında her zaman başka rasyonel sayılar vardır.
Üstelik bu sayıların sayısı sonsuzdur.

Ne kadar
yakınlaştırırsan
yakınlaştır,
hep yeni rasyonel
sayılar karşına çıkar!



1 Önce geniş bir aralığa bakalım.

Sayı doğrusu: 0 ile 1 arası



0 ile 1 arasında, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ gibi sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır.

2 Daha yakından bakalım.

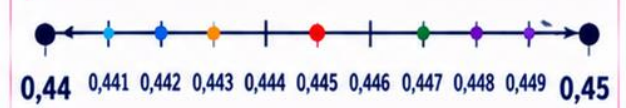
Sayı doğrusu: 0,4 ile 0,5 arası



0,4 ile 0,5 arasında da 0,41, 0,42, 0,43, 0,44, 0,45, ... gibi sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır.

3 Daha da yaklaştıralım.

Sayı doğrusu: 0,44 ile 0,45 arası



0,44 ile 0,45 arasında da 0,441, 0,442, 0,443, 0,444, 0,445, ... gibi sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır.

Sayı doğrusunu ne kadar yakınlaştırırsak yakınlaştıralım, her zaman yeni rasyonel sayılar karşımıza çıkar.

0 ile 1 arası



0,4 ile 0,5 arası



0,44 ile 0,45 arası



Daha da...



Bu süreç hiç bitmez!
Çünkü arada sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır.



Genel kural:

Herhangi iki farklı rasyonel sayı arasında sonsuz sayıda rasyonel sayı vardır.



Rasyonel sayılar sayı doğrusunda yoğundur; aralarında hiç boşluk yoktur.

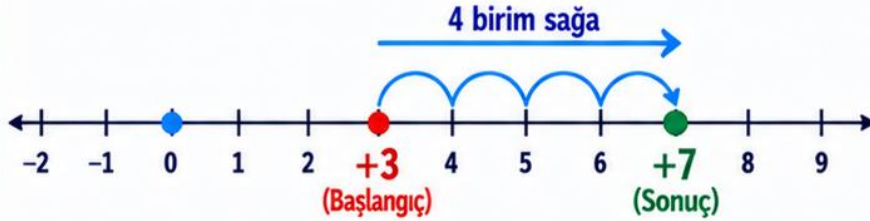
Tam Sayılarla Toplama

Tam sayılarla toplarken ikinci sayı, sayı doğrusunda hangi yöne ve kaç birim hareket edeceğimizi söyler.

Toplama demek,
sayı doğrusunda
hareket demektir. 😊

1 $+3 + (+4)$: Sağa hareket

$+4$, pozitif bir sayıdır. Sağ tarafa 4 birim hareket ederiz.



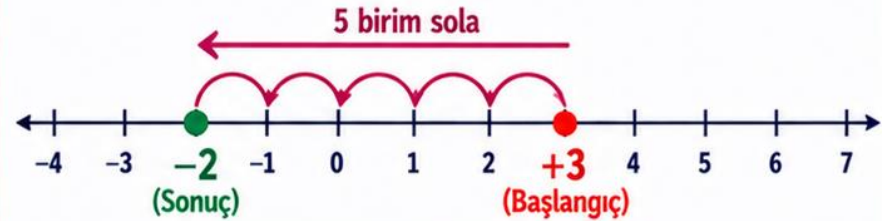
$$+3 + (+4) = +7$$

İkinci sayı pozitif ise,

- sağ tarafa hareket ederiz.
- Toplanan sayısının değeri kadar ilerleriz.

2 $+3 + (-5)$: Sola hareket

-5 , negatif bir sayıdır. Sol tarafa 5 birim hareket ederiz.



$$+3 + (-5) = -2$$

İkinci sayı negatif ise,

- sol tarafa hareket ederiz.
- Toplanan sayısının mutlak değeri kadar ilerleriz.



Sayı doğrusunda
hareket ederek
toplama işlemini
görebiliriz!



Unutma!

- Toplamada **ikinci** sayı **hareket yönünü** belirler.
- Pozitif sayı → sağa hareket
- Negatif sayı → sola hareket
- Hareket edilen birim sayısı, sayının mutlak değeridir.



Daha fazla örnek

$$-4 + (+6)$$

6 birim sağa

$$-4 + 6 = 2$$

$$-2 + (-3)$$

3 birim sola

$$-2 + (-3) = -5$$

Tam sayılarla toplama, sayı doğrusunda yapılan bir harekettir.

Matematik,
hayatı anlamlandırır. 😊

Çıkarma İşlemini Toplamaya Dönüştürelim

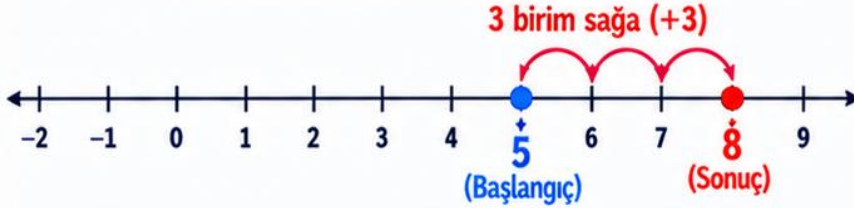
Tam sayılarda çıkarma işlemi, çıkan sayının ters işaretlisini eklemekle aynı anlama gelir.

Çıkarma,
daha az almak değil,
tersini eklemektir. 😊

1 $5 - (-3) = 5 + (+3)$

Çıkan sayı -3 'tür. -3 'ün ters işaretlisi $+3$ 'tür.
Bu nedenle $5 - (-3) = 5 + (+3)$ olur.

$$5 - (-3) = 5 + (+3)$$

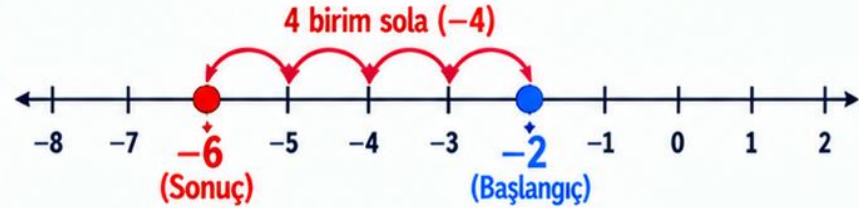


Sonuç: $5 - (-3) = 8$

2 $-2 - (+4) = -2 + (-4)$

Çıkan sayı $+4$ 'tür. $+4$ 'ün ters işaretlisi -4 'tür.
Bu nedenle $-2 - (+4) = -2 + (-4)$ olur.

$$-2 - (+4) = -2 + (-4)$$



Sonuç: $-2 - (+4) = -6$



Genel kural

$$a - b = a + (-b)$$

“Çıkarma = çıkan sayının
ters işaretlisini ekleme.”



İşaretlere dikkat!

$$5 - (-3)$$

Çıkarma işareti (points to the minus sign) Sayının işareti (points to the minus sign inside the parentheses)

Parantez içindeki -3 , negatif bir sayıdır.
Önündeki $-$ işareti ise çıkarma işlemidir.

Kısaca

- ✓ Çıkarma işleminde çıkan sayının işareti ters çevrilir.
- ✓ Daha sonra toplama işlemi yapılır.
- ✓ Sayı doğrusunda ters işaretli sayı kadar hareket edilir.

Çıkarmak yerine
tersini eklersek
işlem çok daha kolay
olur!



Matematik,
farklı görünse de
hep bağlantılıdır. 😊

Unutma: Tam sayılarda çıkarma, aslında toplamaktır!

Çarpma ve Bölmede İşaret

Tam sayılarda çarpma ve bölme yaparken sonucun işaretini, sayıların işaretleri belirler.
Bu kural hem çarpma hem de bölme için aynıdır.

İşaret kuralını
ezberle değil,
anlamlandır!
Modelle düşün,
kalıcı öğren!



1 Dört İşaret Durumu

Çarpma

Bölme

$$+ \times + = +$$

$$+ \div + = +$$

$$+ \times - = -$$

$$+ \div - = -$$

$$- \times + = -$$

$$- \div + = -$$

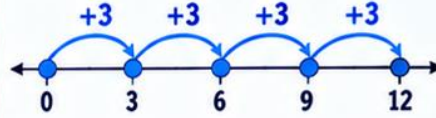
$$- \times - = +$$

$$- \div - = +$$

2 Tekrarlı Değişim Modeli ile Anlayalım

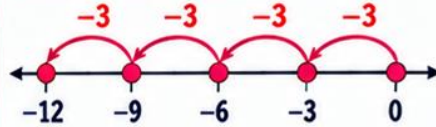
Çarpma, aynı sayıyı tekrarlı toplama olarak düşünebiliriz.

$$(+3) \times 4 = +12$$



+3'ü 4 kez
ekleriz.
Sağa gideriz.
Sonuç pozitiftir.

$$(-3) \times 4 = -12$$

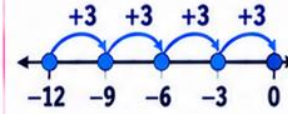


-3'ü 4 kez
ekleriz.
Sola gideriz.
Sonuç negatiftir.

3 Bölmeyi Ters İşlem Olarak Düşünelim

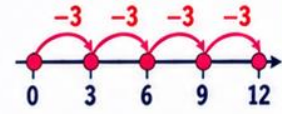
Bölme, çarpmanın ters işlemidir.
Sonucun işareti, çarpma ile aynıdır.

$$(-12) \div 3 = -4$$



-12'den 0'a gelmek için
3'er 3'er sağa gideriz.
4 adımda ulaşırız.
Sonuç negatiftir.

$$(-12) \div (-3) = +4$$



0'dan +12'ye gelmek için
-3'er -3'er sola gideriz.
4 adımda ulaşırız.
Sonuç pozitiftir.

4 Genel Kural

Aynı işaretli iki tam sayının
çarpımı veya bölümü pozitiftir.

Farklı işaretli iki tam sayının
çarpımı veya bölümü negatiftir.

5 Günlük Hayattan Bir Model: Kazanç / Kayıp

$$(+3) \times (+4) = +12$$



3 TL kazancı 4 kez
→ 12 TL kazanç

$$(+3) \times (-4) = -12$$



3 TL kazancı 4 kez kaybetmek
→ 12 TL kayıp

$$(-3) \times (+4) = -12$$



3 TL kaybı 4 kez
→ 12 TL kayıp

$$(-3) \times (-4) = +12$$



3 TL kaybı 4 kez kaybetmek
→ 12 TL kazanç

İki kere yön değiştirirsek
(eksi ile eksinin çarpımı gibi),
yenede başlangıç yönüne
dönmüş oluruz.
Bu yüzden sonuç pozitiftir!



Unutma: Çarpma ve bölme sonucu belirleyen, sayıların işaretleridir!

Matematik,
hayatı anlamlandırır.



Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma

Rasyonel sayıları toplarken veya çıkarırken, aynı birimleri toplamak için parçaların büyüklüğü aynı olmalıdır. Bu yüzden ortak payda kullanırız.

Aynı büyüklükte parçalar olmadan toplama yapmak doğru sonucu vermez. 😊

1 Örnek: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

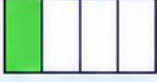
Önce şekillerde inceleyelim.

$$\frac{2}{3}$$



Bütün 3 eş parçaya bölünmüş.
2 parçası boyalı.

$$\frac{1}{4}$$



Bütün 4 eş parçaya bölünmüş.
1 parçası boyalı.

Parçaların büyüklükleri farklı olduğu için şekilleri doğrudan toplayamayız.

Ortak payda kullanalım.

3 ve 4'ün ortak katı olan 12'yi kullanalım.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$



12 eş parçanın 8'i boyalı.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$



12 eş parçanın 3'ü boyalı.

Şimdi toplayalım.

$$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$



12 eş parçanın 11'i boyalı.

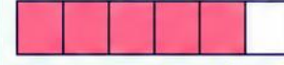
Sonuç: $\frac{11}{12}$

2 Negatif Rasyonel Sayı İçeren Örnek

$$-\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

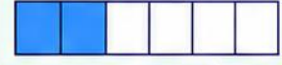
6 ve 3'ün ortak katı 6'dır.

$$-\frac{5}{6} = -\frac{5}{6}$$



6 eş parçanın 5'i negatif yönde.

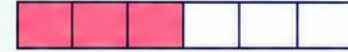
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$



6 eş parçanın 2'si pozitif yönde.

Toplayalım.

$$-\frac{5}{6} + \frac{2}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$



6 eş parçanın 3'ü negatif yönde.

Sonuç: $-\frac{1}{2}$



Önce parçaları eşitleriz, sonra toplarız ya da çıkarırız!



Unutma!

- Rasyonel sayıları toplarken veya çıkarırken parçaların büyüklüğü aynı olmalıdır.
- Bunun için ortak payda kullanırız.
- Ortak paydaya çevirdikten sonra paylar toplanır ya da çıkarılır, payda aynı kalır.

Genel kural

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

(b ve d'nin ortak katı bd alınır.)

İpuçları

- ✓ Paydaları eşitle, sonra topla ya da çıkar.
- ✓ Mümkünse en küçük ortak paydayı seç.
- ✓ Sonucu sadeleştirmeyi unutma.



Ana ilke: Aynı birimleri toplamak için parçaların büyüklüğü aynı olmalı → ortak payda.

Matematik, hayatı anlamlandırır. 😊

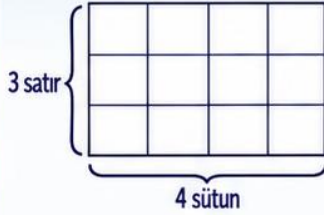
Rasyonel Sayılarla Çarpma

Rasyonel sayılarla çarpma, bir miktarın belirli bir kesrini bulmak anlamına gelir.

Çarpma,
bir parçanın
parçasını bulmaktır. 😊

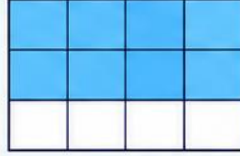
1 Örnek: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \rightarrow$ Alan Modeli ile İnceleyelim

1 Dikdörtgeni 12 eş parçaya bölelim (3 satır, 4 sütun).



Tüm dikdörtgen 12 eş parçadan oluşur.

2 Önce dikdörtgenin $\frac{2}{3}$ 'ünü boyayalım. (3 satırın 2'si)



$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

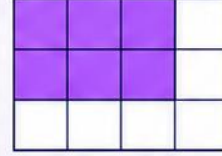
(12 parçanın 8'i)

3 Şimdi bu boyalı kısmın $\frac{3}{4}$ 'ünü alalım. (4 sütunun 3'ü)



Boyalı kısmın $\frac{3}{4}$ 'ü 12 parçanın 6'sıdır.

4 Kesişim (ortak bölge) sonucumuzu verir.



$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

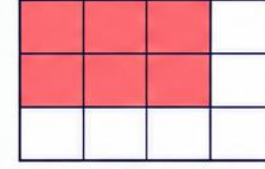
Önce $\frac{2}{3}$, sonra bu kısmın $\frac{3}{4}$ 'ü alınıyor. Yani "bir miktarın belirli bir kesri".

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Yani $\frac{3}{4}$ 4'ün $\frac{2}{3}$ 'ü, tüm dikdörtgenin $\frac{1}{2}$ 'sidir.

2 Negatif Rasyonel Sayılarla Çarpma

$$-\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$



Büyüklik yine $\frac{1}{2}$ 'dir. Ancak sayılardan biri negatif olduğu için sonuç negatiftir.

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{işareti negatiftir.}$$

$$-\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

İşaret kuralı:

Farklı işaretli iki rasyonel sayının çarpımı negatiftir.



Ne anlama gelir?

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$, bir bütünün önce $\frac{2}{3}$ 'ünü alıp, bu kısmın $\frac{3}{4}$ 'ünü almak demektir.

Kesirlerle çarpma, parçaları arka arkaya seçmektir.



Genel kural

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

İşaret kuralı:

- Aynı işaretli iki rasyonel sayının çarpımı pozitiftir.
- Farklı işaretli iki rasyonel sayının çarpımı negatiftir.



Daha fazla örnek

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

Her ikisi de pozitif
→ sonuç pozitiftir.

$$-\frac{4}{9} \times \frac{5}{6} = -\frac{20}{54} = -\frac{10}{27}$$

Farklı işaretli
→ sonuç negatiftir.

Çarpma ile bir parçanın parçasını buluruz!



Unutma: Rasyonel sayılarla çarpma, payları ve paydaları çarpma; işareti işaret kuralına göre belirlenir.

Matematik,
hayatı anlamlandırır. 😊

Rasyonel Sayılarla Bölme: Kaç Tane Var?

Bölme, bir miktarın içinde başka bir miktardan kaç tane olduğunu bulmaktır.

Bölme,
kaç tane olduğunu
sorar. 😊

1 Problemi Anlayalım

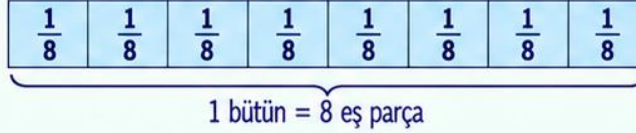
$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$$

“3/4’ün içinde kaç tane 1/8 vardır?”

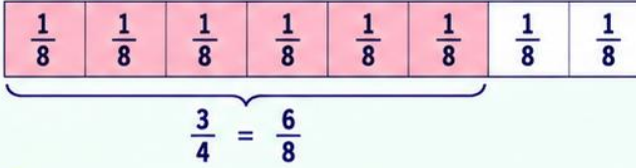
Yani 3/4 uzunluğundaki bir şeridi,
her biri 1/8 uzunluğunda olan
parçalara böleceğiz.

2 Model ile Çözelim

1. Önce bütünün 8 eş parçasını düşünelim.



2. Şimdi 3/4’lük kısmı alalım.



3. 3/4’lük kısımda kaç tane 1/8 var?



3/4’ün içinde
6 tane 1/8
vardır.

3 Sembolik Gösterim

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$$

Bir rasyonel sayıyı başka bir rasyonel
sayıya bölmek, ikinci sayının tersini alıp
çarpmaktır.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{1}$$

Tersini al, çarp.

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = \frac{24}{4} = 6$$



Genel Kural

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$\left(\frac{c}{d} \neq 0\right)$



Ne Anlama Gelir?

- Bölme, “kaç tane var?” sorusudur.
- Bir miktarın içinde başka bir miktardan kaç tane olduğunu buluruz.
- Modelde 3/4’lük kısım, 1/8’lik parçalara ayrıldığında 6 parça elde ettik.



Farklı Bir Örnek

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{12} = \frac{5}{6} \times \frac{12}{1}$$

$$= \frac{60}{6} = 10$$

Bölen sayıyı ters
çevirip çarpınız.
Bu sayede kaç tane
olduğunu buluruz!



Unutma: Rasyonel sayılarla bölme, ikinci sayının tersini alıp çarpmaktır.

Matematik,
hayatı anlamlandırır. 😊

Bölmede Neden Ters Çeviriyoruz?

Bölme, bir miktarın içinde başka bir miktardan kaç tane olduğunu bulmaktır. İkinci kesri ters çevirip çarpmak, bu soruyu çözmemizi sağlar.

Ters çevirip çarpmak sadece bir kural değil, problemin doğal bir sonucudur. 😊

1 Problemi Anlayalım

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$

“3/4’ün içinde kaç tane 1/2 vardır?”

Yani 3/4 litrelik bir sürahide, her biri 1/2 litrelik olan miktarlardan kaç tane vardır?

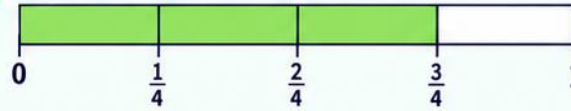


3/4 litrelik bir sürahide kaç tane 1/2 litrelik miktar vardır?

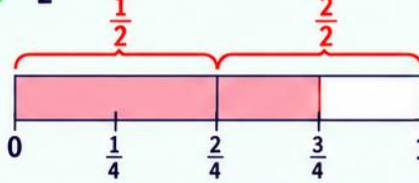


2 Model ile Çözelim

1 $\frac{3}{4}$ ’ü sayı doğrusunda gösterelim.



2 $\frac{1}{2}$ ’lik parçaları yerleştirelim.



$\frac{3}{4}$ ’ün içinde 1 tam 1/2 ve bir yarım daha vardır.

3 Sonuç: $\frac{3}{4}$ ’ün içinde $1\frac{1}{2}$ tane $\frac{1}{2}$ vardır.
 $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

3 Sembolik Yöntemle Aynı Sonuç

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$$



Bir kesre bölmek, ikinci kesrin tersini alıp çarpmaktır.

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{1}{2} &= \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} \\ &= \frac{3 \times 2}{4 \times 1} \\ &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Modelde bulduğumuz sonuç ile sembolik yöntem aynı sonucu verir.



Neden Ters Çeviriyoruz?

Bölme, “içinde kaç tane var?” sorusudur. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ’ün içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ olduğunu sorar. Sonuç 1 tam ve yarım tane, yani $\frac{3}{2}$ ’dir. Ters çevirip çarpma aynı sonucu verir.



Genel Kural

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

- Bir kesre bölmek, ikinci kesrin tersini alıp çarpmaktır.
- Bu, bölme işlemini çarpmaya dönüştürür.
- Modeldeki “kaç tane var?” sorusuyla tam olarak uyumludur.



Önemli Notlar

- ✓ Bölme işlemi sonuçta çarpmadır.
- ✓ İkinci kesri ters çevirmek bir ezber değil, ölçme modelinin sonucudur.
- ✓ Sonuç 1’den büyük çıkabilir.
- ✓ Kesirlerde bölme işlemi, paydalar sıfır olmadığı sürece her zaman yapılabilir.



Unutma: Kesirlerde bölme, ikinci kesrin tersini alıp çarpmaktır. Çünkü biz “kaç tane var?” sorusunu çözüyoruz.

Matematik, hayatı anlamlandırır. 😊

Çok Adımlı Rasyonel İşlemler

Birden fazla işlem içeren ifadelerde işlem önceliği kurallarına göre ilerleriz.

Doğru sıra,
doğru sonuç!



İşlem Önceliği Sırası

1

Parantez

Önce parantez içindeki işlemler yapılır.

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$$

2

Çarpma ve Bölme

Parantez yoksa çarpma ve bölme işlemleri soldan sağa yapılır.

$$\frac{3}{4} \times 2 \quad \text{veya} \quad \frac{5}{6} \div \frac{1}{3}$$

3

Toplama ve Çıkarma

Son olarak toplama ve çıkarma işlemleri soldan sağa yapılır.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \quad \text{veya} \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{3}$$



Unutma!

Aynı öncelik grubundaki işlemler soldan sağa doğru yapılır.

Örnek: $-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times 2$ işlemini adım adım çözelim.

1

İşlemi inceleyelim.

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times 2$$

Toplama (sonra) Çarpma (önce)

Önce çarpma işlemi yapılır.

2

Çarpma işlemi yapalım.

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times 2$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

3

Toplama işlemi yapalım.

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{-1+3}{2}$$

$$= \frac{2}{2}$$

Paydalar eşit, payları toplarız:
 $-1 + 3 = 2$

4

Sonuç

1

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times 2 = 1$$



Önce çarp,
sonra topl!
Sıra önemli!



Dikkat Edilmesi Gerekenler

- Parantez varsa mutlaka önce yapılır.
- Çarpma ve bölme işlemleri soldan sağa yapılır.
- Toplama ve çıkarma işlemleri en son yapılır.
- Aynı öncelik grubunda soldan sağa ilerlenir.
- Kesirlerde işlem yaparken gerekiyorsa ortak payda kullanılır.



Benzer Örnek

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) \times 3 + \frac{1}{2}$$

2 Parantez içi: $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2 Çarpma: $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$

3 Toplama: $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$



Kendin Dene!

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times 3$$

İşlem önceliğine göre adım adım çöz ve sonucu bul.



Ana ilke: Parantez → Çarpma/Bölme → Toplama/Çıkarma. Doğru sırayla, doğru sonuç!

Matematik,
hayatı anlamlandırır.



Problemi Matematiğe Çevir

Gerçek yaşam durumlarını matematiksel modele dönüştürerek çözebiliriz.

Önce problemi
anla, sonra
matematiğin
diline çevir! 😊

1 Bağlamı Oku

Problemi dikkatlice okuyalım.

Bir su deposu başlangıçta $\frac{3}{4}$ doludur. Depodaki suyun $\frac{1}{5}$ 'i kullanılıyor. Daha sonra deponun $\frac{1}{10}$ 'u kadar su ekleniyor. Buna göre son durumda depodaki su miktarı depoyun kaçta kaçıdır?



Depo başlangıçta $\frac{3}{4}$ dolu.

2 Verilenleri Belirle

Probleme ait sayısal bilgileri tespit edelim.

Başlangıç durumu:

Depo $\frac{3}{4}$ dolu.

Kullanılan miktar:

Depodaki suyun $\frac{1}{5}$ 'i kullanılıyor.

Eklenen miktar:

Deponun $\frac{1}{10}$ 'u kadar su ekleniyor.

3 İsteneni Belirle

Ne sorulduğunu netleştirelim.

Son durumda depodaki su miktarı depoyun kaçta kaçıdır?



Son durumda depo kaçta kaç dolu?

4 Matematiksel Modeli Kur

Verilenleri işlemlere dönüştürelim.

1. Adım: Başlangıç miktarı

$$\frac{3}{4}$$

2. Adım: Kullanılan miktar (başlangıç miktarının $\frac{1}{5}$ 'i)

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$$

3. Adım: Eklenen miktar

$$\frac{1}{10}$$

5 Çöz ve Yorumla

Modeli çözerek sonucu bulalım ve yorumlayalım.

İşlem sırası:

$$\frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{10}$$

Hesaplayalım:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} &= \frac{3}{20} \\ \frac{3}{4} - \frac{3}{20} &= \frac{15}{20} - \frac{3}{20} = \frac{12}{20} \\ \frac{12}{20} + \frac{1}{10} &= \frac{12}{20} + \frac{2}{20} = \frac{14}{20} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned}$$

Yorum:

Son durumda depo $\frac{7}{10}$ doludur.



Gerçek yaşam problemlerini daha kolay çözmek için önce modeli kuralım!



Model kurarken dikkat et!

- ✓ Problemi dikkatlice oku.
- ✓ Verilenleri ve isteneni belirle.
- ✓ İşlemleri doğru sırayla yaz.
- ✓ Sonucu problemin bağlamında yorumla.



Farklı bir bakış

Model kurulurken kesirler, işlemler ve parantezler, problemin anlamına uygun şekilde yazılmalıdır. Aynı problemi farklı sayılarla da modelleyebilirsiniz.



Kazanım

Gerçek yaşam durumlarını matematiksel modele dönüştürür ve rasyonel sayılarla çözer.



Unutma: Doğru model, doğru çözümün yarısıdır.

Matematik, hayatı anlamlandırır. 😊

7. Sınıf Matematik

Çözümünü Kontrol Et, Başka Yol Var mı?

Bir problemi farklı yöntemlerle çözebiliriz. Aynı sonucu bulmak, çözümümüzün doğru olduğuna dair güçlü bir kanıttır.

Matematikte yalnız sonucu değil, çözüm yolunu da sorgulamak önemlidir. 😊

1 Problem

Bir su deposu başlangıçta $\frac{3}{4}$ doludur. Depodaki suyun $\frac{1}{5}$ 'i kullanılıyor. Daha sonra depoya $\frac{1}{10}$ 'u kadar su ekleniyor.

Son durumda depodaki su miktarı deponun kaçta kaçtır?



Depo başlangıçta $\frac{3}{4}$ dolu.

2 Yöntem A: Kesirlerle Çözüm

- Adım:** Başlangıç miktarı $\frac{3}{4}$
 - Adım:** Kullanılan miktar (Başlangıç miktarının $\frac{1}{5}$ 'i) $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$
 - Adım:** Kalan miktar $\frac{3}{4} - \frac{3}{20} = \frac{15}{20} - \frac{3}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
 - Adım:** Eklenen miktar (Deponun $\frac{1}{10}$ 'u) $\frac{1}{10}$
 - Adım:** Son miktar $\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$
- Sonuç:** $\frac{7}{10}$

3 Yöntem B: Ondalık Gösterimlerle Çözüm

- Adım:** Başlangıç miktarı $\frac{3}{4} = 0,75$
 - Adım:** Kullanılan miktar (Başlangıç miktarının $\frac{1}{5}$ 'i) $0,75 \times 0,2 = 0,15$
 - Adım:** Kalan miktar $0,75 - 0,15 = 0,60$
 - Adım:** Eklenen miktar (Deponun $\frac{1}{10}$ 'u) $0,1$
 - Adım:** Son miktar $0,60 + 0,10 = 0,70$
- Sonuç:** 0,70
- Aynı sonuç! $\frac{7}{10} = 0,70 \rightarrow$ İki yöntem de aynı sonucu veriyor.

4 Sonuç

Son durumda depodaki su miktarı deponun $\frac{7}{10}$ 'u kadardır.

Yani depo %70 doludur.



5 Çözümünü Kontrol Et



Sadece çözmek yetmez, kontrol etmeliyiz!

✓ 1. Sonuç bağlama uygun mu?

- Başlangıçta depo %75 doluydu.
- %15'i kullanıldı, %10 eklendi.
- Sonucun %70 olması mantıklıdır (75'ten biraz az).

✓ 2. Yaklaşık değer mantıklı mı?

- $\frac{3}{4} \approx 0,75$
- $\frac{1}{5} \approx 0,20$ (%20 değil, binde 20)
- $\frac{1}{10} = 0,10$
- $0,75 - 0,15 + 0,10 = 0,70$
- Sonuç makul bir değerdir.

✓ 3. Ters işlemle kontrol edilebilir mi?

- Son durumda $\frac{7}{10}$ ise, bundan $\frac{1}{10}$ çıkarırsak $\frac{3}{5}$ kalır.
- $\frac{3}{5}$ 'in $\frac{1}{5}$ 'i $= \frac{3}{20}$
- $\frac{3}{5} + \frac{3}{20} = \frac{12}{20} + \frac{3}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$
- Başlangıç miktarına ulaşıyoruz. ✓



Ana ilke: Farklı yöntemlerle aynı sonuca ulaşmak, çözümün doğruluğunu güçlendirir.

Matematik, hayatı anlamlandırır. 😊

7. Sınıf Matematik

Rasyonel Sayılar: Büyük Harita

Rasyonel sayıları tanı, konumlandır, karşılaştır, farklı şekillerde göster, işlemler yap ve gerçek hayat problemlerinde kullan.

Bir konu,
bir bütün
çok daha anlamlı!

1 Tanı: Rasyonel Sayı Nedir?

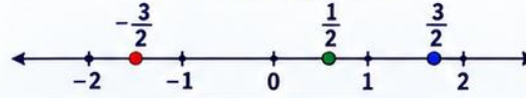
a ve b tam sayı, $b \neq 0$ olmak üzere

$\frac{a}{b}$ şeklindeki sayılara
rasyonel sayılar denir.

- Her tam sayı rasyonel sayıdır.
- 0 da rasyonel sayıdır ($0 = \frac{0}{1}$).

2 Sayı Doğrusunda Konumlandır

Rasyonel sayılar sayı doğrusu üzerinde
bir noktaya karşılık gelir.



Her rasyonel sayı sayı doğrusu üzerinde
tek bir noktayı gösterir.

3 Uzaklığı Bul: Mutlak Değer

Bir rasyonel sayının sıfıra uzaklığı
mutlak değeri ile ifade edilir.

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0)$$

Örnek: $\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$

Mutlak değer
her zaman
sıfıra eşit veya
pozitif bir sayıdır.

4 Temsil Değiştir: Kesir ↔ Ondalık ↔ Devirli

Aynı rasyonel sayı farklı şekillerde gösterilebilir.

$$\text{Kesir } \frac{3}{4} \leftrightarrow \text{Ondalık } 0,75 \leftrightarrow \text{Devirli Ondalık } 0,\overline{75}$$

- Her rasyonel sayı ya sonlu ya da devirli ondalık olarak yazılabilir.
- Farklı gösterimler aynı sayıyı ifade eder.

6 İşlem Yap: + - × ÷

Rasyonel sayılarla dört işlem yapılabilir.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$$

- İşlemlerde işlem önceliğine dikkat ederiz.
- Bölme işlemi, ikinci kesrin tersini alıp çarpmaktır.

5 Karşılaştır ve Sırala

Rasyonel sayıları sayı doğrusunu veya
ortak payda / ondalık gösterimlerini kullanarak.

Örnek: $-\frac{2}{3} < \frac{1}{4} < \frac{3}{4}$

- Sayı doğrusunda sağdaki sayı daha büyüktür.
- Gerekirse ortak paydaya çevirerek karşılaştırırız.

7 Problem Çöz ve Sonucu Kontrol Et

Gerçek yaşam problemlerini rasyonel sayılarla modelleyip çözeriz.

- ✓ Problemi dikkatlice oku.
- ✓ Verilenleri ve isteneni belirle.
- ✓ Uygun işlemleri yap.
- ✓ Sonucu bağlama uygun olarak yorumla.
- ✓ Farklı bir yöntemle veya ters işlemle kontrol et.

Sadece
işlemi yapmak değil,
sonucun anlamını
kontrol etmek de
matematiğin
bir parçasıdır.

RASYONEL SAYILAR

Sayıların daha güçlü hâli,
hayatın her yerinde!

Sayı Kümeleri Arasındaki İlişki



$$N \subset Z \subset Q$$

Her doğal sayı bir tam sayıdır.
Her tam sayı bir rasyonel sayıdır.
Ancak her rasyonel sayı
tam sayı değildir.

Rasyonel sayılar
sadece ders kitaplarında
değil, hayatın
her alanında!

İki Rasyonel Sayı Arasında Sonsuz Rasyonel Sayı Vardır

Sayı doğrusu üzerinde iki rasyonel sayı arasında sonsuz sayıda rasyonel sayı bulunur.



Her iki rasyonel
sayı arasında
başka rasyonel
sayılar da vardır
ve bunların sayısı
sonsuzdur.

Sayıyı yalnız hesaplama; **temsil et, ilişkilendir, yorumla.**

Matematik,
daha fazla düşündürmektir.